

УДК: 621.396.96

DOI: 10.53816/23061456\_2022\_5-6\_3

**ГЕОЛОКАЦИЯ ЗЕМНЫХ СТАНЦИЙ СПУТНИКОВОЙ СВЯЗИ  
ДОПЛЕРОВСКИМ МЕТОДОМ ПО ИЗЛУЧЕНИЯМ  
СПУТНИКА-РЕТРАНСЛЯТОРА В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ  
НОМИНАЛА НЕСУЩЕЙ ЧАСТОТЫ**

**GEOLOCATION OF EARTH STATIONS OF SATELLITE COMMUNICATION  
SYSTEMS BY THE DOPPLER METHOD FROM THE POSITION  
OF A GROUND OBSERVING STATION UNDER CONDITIONS  
OF UNCERTAINTY OF RADIATION FREQUENCY**

*Д-р техн. наук И.Ю. Еремеев, канд. техн. наук С.С. Семенюк, Р.Р. Саниев, А.В. Передрий*

*D.Sc. I.Yu. Eremeev, Ph.D. S.S. Semenyuk, R.R. Saniev, A.V. Peredry*

*ВКА им. А.Ф. Можайского*

В статье проведено аналитическое обоснование содержания вычислительных процедур, реализующих доплеровский метод определения местоположения источников радиоизлучения, применительно к задаче геолокации земных станций спутниковой связи, наблюдаемых по излучениям движущегося спутника-ретранслятора, в условиях неопределенности номинала несущей частоты. Результаты имитационного моделирования применения указанного метода для случаев ретрансляции сигналов земных станций космическими аппаратами на низкой круговой и геостационарной орбитах подтверждают возможность его реализации и свидетельствуют о практической значимости для решения целого ряда прикладных задач.

**Ключевые слова:** доплеровский метод, геолокация, определение местоположения, спутник-ретранслятор, источник радиоизлучения.

The article provides an analytical substantiation of the content of computational procedures that implement the Doppler method for determining the location of radio emission sources, as applied to the problem of geolocation of satellite earth stations observed from the emissions of a moving satellite-repeater, under conditions of uncertainty in the nominal carrier frequency. The results of simulation modeling of the application of this method for the cases of relaying signals from earth stations by spacecraft in low circular and geostationary orbits confirm the possibility of its implementation and indicate its practical importance for solving a number of applied problems.

**Keywords:** doppler method, geolocation, positioning, relay satellite, radio source.

По мере развития технологий в области спутниковой связи, удешевления аппаратуры пользователей, расширения спектра услуг, предоставляемых спутниковыми системами связи

для частных и корпоративных пользователей, в условиях ограниченного частотного ресурса спутниковых ретрансляторов и высокой плотности космических аппаратов (КА) на геоста-

ционарной орбите все большую актуальность приобретает задача выявления нелегитимных пользователей спутниковых систем связи и нарушителей регламента связи.

В современных условиях с целью обеспечения требований регламента связи важно не только выявлять факт нелегитимного использования ресурса спутников-ретрансляторов (СР), но и определять координаты земных станций (ЗС) спутниковой связи для принятия различных организационно-технических мер или мер правового характера по отношению к нарушителям [1, 2].

Методы определения местоположения (ОМП) ЗС по ретранслированному сигналу, реализуемые с использованием двух или трех СР, достаточно хорошо исследованы [3–5]. Однако они имеют существенные ограничения по применению в силу низкой вероятности наличия одного или двух вспомогательных СР, работающих в том же диапазоне частот, что и основной СР, ретранслирующий сигнал ЗС. Наиболее вероятны ситуации, когда необходима локализация источника радиоизлучения (ИРИ) по одному СР.

Для определения местоположения ЗС нарушителя с позиции наземной станции наблюдения (НСН) с использованием одного движущегося относительно поверхности Земли СР могут использоваться интегрально-доплеровский или разностно-доплеровский методы [5–7]. Применение указанных методов основано на измерении частоты ретранслированного сигнала в НСН и дальнейшем синтезе пространственно-временных баз ОМП, т.е. выборе опорных моментов времени на интервале наблюдения за СР, относительно которых производится расчет параметров местоположения, а именно: разность дальностей или разность радиальных скоростей (рис. 1). Выбор опорных моментов времени существенно влияет на точность оценивания координат ИРИ, которая определяется геометрическим фактором используемой пространственно-временной конфигурации измерительной системы [8–10].

Вместе с тем в рамках прикладной задачи геолокации ЗС по ретранслированному радиосигналу не нашел должного внимания доплеровский метод ОМП ИРИ с использованием только одного движущегося относительно поверхности Земли СР, характеризующийся отсутствием необходимо-

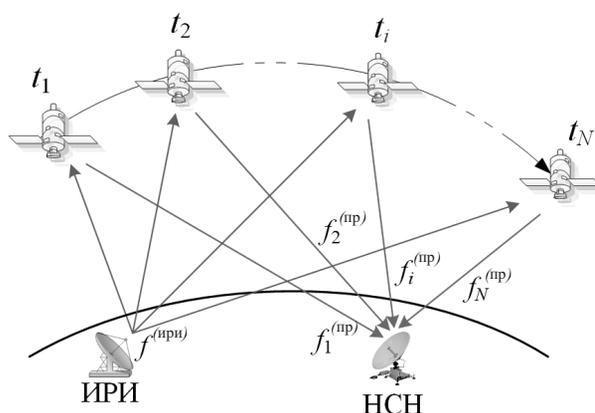


Рис. 1. Иллюстрация к методам ОМП ИРИ по сигналу, ретранслированному одним СР

сти синтеза пространственно-временных баз и более тривиальной процедурой выбора опорных моментов времени. Указанный метод нашел применение в радионавигационных системах [11–18] в условиях, когда параметры сигнала ИРИ известны [11, 17], либо когда прием сигнала осуществляется на борту движущегося летательного или космического аппарата [11–14, 16–19]. Решение задачи ОМП ИРИ доплеровским методом, по ретранслированному движущимся объектом сигналу, в условиях априорной неопределенности номинала несущей частоты передатчика к настоящему времени не опубликовано.

Цель статьи состоит в исследовании возможности применения доплеровского метода ОМП ИРИ для геолокации ЗС по излучениям одного СР в условиях априорной неопределенности номинала несущей частоты.

Модификация доплеровского метода применительно к решаемой задаче состоит в том, что измерение частоты излученного ЗС сигнала реализуется не на космическом аппарате, а в точке размещения НСН, расположенной на земной поверхности, с учетом возможной априорной неопределенности относительно номинала частоты излучения сигнала и частоты переноса сигнала на борту СР.

### Исходные данные и постановка задачи

Пусть ИРИ стационарен, а его положению соответствует вектор координат  $\mathbf{S}^{(ири)} = [x^{(ири)}, y^{(ири)}, z^{(ири)}]^T$  в декартовой системе. Сигнал ИРИ излучается на частоте  $f^{(ири)}$ ,

на борту СР сигнал переносится на частоту  $\Delta f^{(\text{при})}$  и излучается по линии «вниз». В течение интервала времени  $T$  сигнал ИРИ, ретранслируемый СР, принимается в НСН. В ходе приема производится оценивание частоты этого сигнала  $\tilde{f}^{(\text{пр})}(t), t \in [0; T]$ . При реализации измерений частоты цифровыми методами оценки, частоты являются дискретными по времени. Для удобства и компактности аналитических выражений последовательность отсчетов оценок частоты сигнала представим в виде:

$$\tilde{f}_i^{(\text{пр})} = \tilde{f}^{(\text{пр})}(iT_d), i = 0(1)N,$$

где  $T_d$  — интервал дискретизации отсчетов оценки частоты;

$N$  — число отсчетов оценки частоты, при этом  $T = T_d N$ .

Пусть также координатам СР в  $i$ -й момент измерения частоты соответствует вектор  $\mathbf{S}_i^{(\text{сп})} = [x_i^{(\text{сп})}, y_i^{(\text{сп})}, z_i^{(\text{сп})}]^T$ , координатам вектора скорости СР —  $\mathbf{V}_i^{(\text{сп})} = [v_i^{(x)}, v_i^{(y)}, v_i^{(z)}]^T$ . Наземная станция наблюдения стационарна и имеет координаты  $\mathbf{S}^{(\text{пр})} = [x^{(\text{пр})}, y^{(\text{пр})}, z^{(\text{пр})}]^T$ .

Источник радиоизлучения находится на поверхности Земли, в качестве модели будем использовать аппроксимацию в виде референц-эллипсоида, описываемого уравнением вида

$$R_z^2 = x^2 + y^2 + (1 - e_z^2) \cdot z^2,$$

где  $R_z$  — экваториальный радиус Земли;

$e_z$  — эксцентриситет земного эллипсоида.

Требуется по измерениям  $\tilde{f}_i^{(\text{пр})}$  определить вектор координат  $\mathbf{S}^{(\text{при})} = [x^{(\text{при})}, y^{(\text{при})}, z^{(\text{при})}]^T$  в условиях неопределенности относительно частоты излучения  $f^{(\text{при})}$  ИРИ и частоты переноса  $\Delta f^{(\text{при})}$  на борту СР.

$$V_i^{(\text{вверх})}(S^{(\text{при})}, S_i^{(\text{сп})}, V_i^{(\text{сп})}) = \frac{(x_i^{(\text{сп})} - x^{(\text{при})}) \cdot v_i^{(x)} + (y_i^{(\text{сп})} - y^{(\text{при})}) \cdot v_i^{(y)} + (z_i^{(\text{сп})} - z^{(\text{при})}) \cdot v_i^{(z)}}{\sqrt{(x_i^{(\text{сп})} - x^{(\text{при})})^2 + (y_i^{(\text{сп})} - y^{(\text{при})})^2 + (z_i^{(\text{сп})} - z^{(\text{при})})^2}}; \quad (4)$$

$$V_i^{(\text{вниз})}(S^{(\text{пр})}, S_i^{(\text{сп})}, V_i^{(\text{сп})}) = \frac{(x_i^{(\text{сп})} - x^{(\text{пр})}) \cdot v_i^{(x)} + (y_i^{(\text{сп})} - y^{(\text{пр})}) \cdot v_i^{(y)} + (z_i^{(\text{сп})} - z^{(\text{пр})}) \cdot v_i^{(z)}}{\sqrt{(x_i^{(\text{сп})} - x^{(\text{пр})})^2 + (y_i^{(\text{сп})} - y^{(\text{пр})})^2 + (z_i^{(\text{сп})} - z^{(\text{пр})})^2}}. \quad (5)$$

Путем подстановки выражений (4) и (5) в выражения (2) и (3), а выражений (2) и (3)

### Определение координат ИРИ доплеровским методом при известных частоте излучения и частоте переноса на борту СР

Оценка частоты ретранслированного сигнала ИРИ, полученная в точке приема в  $i$ -й момент измерения, может быть описана выражением вида

$$\tilde{f}_i^{(\text{пр})} = f^{(\text{при})} + \Delta f_i^{(\text{вверх})} + \Delta f_i^{(\text{вниз})} + f^{(\text{при})} + \hat{\Delta f}_i^{(\text{ош})}, \quad (1)$$

где  $\Delta f_i^{(\text{вверх})}$  — доплеровское смещение частот на линии «вверх»;

$\Delta f_i^{(\text{вниз})}$  — доплеровское смещение частот на линии «вниз»;

$\hat{\Delta f}_i^{(\text{ош})}$  — ошибка измерения частоты сигнала в точке приема.

Доплеровские смещения частоты на линиях «вверх» и «вниз» могут быть описаны следующими выражениями:

$$\Delta f_i^{(\text{вверх})} = -f^{(\text{при})} \cdot V_i^{(\text{вверх})}(S^{(\text{при})}, S_i^{(\text{сп})}, V_i^{(\text{сп})}) / c; \quad (2)$$

$$\Delta f_i^{(\text{вниз})} = -f^{(\text{при})} \times V_i^{(\text{вниз})}(S^{(\text{при})}, S_i^{(\text{сп})}, V_i^{(\text{сп})}) / c; \quad (3)$$

где  $V_i^{(\text{вверх})}(S^{(\text{при})}, S_i^{(\text{сп})}, V_i^{(\text{сп})})$  и  $V_i^{(\text{вниз})}(S^{(\text{пр})}, S_i^{(\text{сп})}, V_i^{(\text{сп})})$  — радиальные скорости движения СР в  $i$ -й момент времени относительно ИРИ и точки приема соответственно;

$c$  — скорость распространения электромагнитных волн.

В свою очередь радиальные скорости  $V_i^{(\text{вверх})}$  и  $V_i^{(\text{вниз})}$  могут быть определены выражениями вида

в выражение (1) может быть составлена система уравнений вида

$$\begin{cases} \tilde{f}_1^{(пр)} = f^{(пр)} + \Delta f_1^{(вверх)} + \Delta f_1^{(вниз)} + f^{(прн)} + \Delta \hat{f}_1^{(ош)}; \\ \tilde{f}_2^{(пр)} = f^{(пр)} + \Delta f_2^{(вверх)} + \Delta f_2^{(вниз)} + f^{(прн)} + \Delta \hat{f}_2^{(ош)}; \\ \dots \\ \tilde{f}_N^{(пр)} = f^{(пр)} + \Delta f_N^{(вверх)} + \Delta f_N^{(вниз)} + f^{(прн)} + \Delta \hat{f}_N^{(ош)}; \\ \tilde{R}_z^2 = (x^{(прн)})^2 + (y^{(прн)})^2 + (1 - e_z^2) \cdot (z^{(прн)})^2 + \Delta \hat{r}^{(ош)}, \end{cases} \quad (6)$$

где  $\tilde{R}_z$  — оценка экваториального радиуса Земли;  $\Delta \hat{r}^{(ош)}$  — ошибка оценивания экваториального радиуса Земли.

В соответствии с условиями решения задачи вектора  $\mathbf{S}_i^{(сп)}$ ,  $\mathbf{V}_i^{(сп)}$  и  $\mathbf{S}^{(пр)}$  известны. Поэтому решение системы уравнений (6) относительно координат ИРИ  $\mathbf{S}^{(прн)} = [x^{(прн)}, y^{(прн)}, z^{(прн)}]^T$  позволит определить его координаты при наличии данных о  $\mathbf{S}_i^{(сп)} = [x_i^{(сп)}, y_i^{(сп)}, z_i^{(сп)}]^T$  и  $\mathbf{V}_i^{(сп)} = [v_i^{(x)}, v_i^{(y)}, v_i^{(z)}]^T$ .

В основе теории ОМП ИРИ лежат такие понятия, как линия положения и поверхность положения. Множество точек пересечения линии положения и поверхности положения определяет множество возможных координат ИРИ. Частота, задаваемая выражением (1), определяется радиальной скоростью СР относительно ИРИ на линии «вверх», а также радиальной скоростью СР относительно НСН на линии «вниз». Согласно исходным данным координаты СР и НСН известны в пределах интервала наблюдения  $T$ , поэтому

составляющие элементы уравнения (6), задающие линию «вниз», характеризуются числовыми значениями и не содержат неизвестных, а значит не влияют на форму поверхности положения. Поэтому поверхность положения определяется радиальной скоростью СР относительно ИРИ, которую можно определить по формуле вида

$$V_i^{(вверх)} = |V_i^{(сп)}| \cos \alpha_i, \quad (7)$$

где  $\alpha_i$  — угол между направлением вектора скорости СР и направлением от СР на ИРИ в  $i$ -й момент времени.

Очевидно, что из выражения (7) может быть получено выражение (4). Следовательно, при решении координатометрической задачи в пространстве представленным методом поверхность положения представляет собой конус вращения, вершина которого находится в точке расположения СР, а ось совпадает с вектором скорости  $\mathbf{V}_i^{(сп)}$  (рис. 2). Конус образуется вращением линии, проходящей через СР и ИРИ, вокруг оси при  $\alpha_i = \text{const}$ . Пересечение конусом поверхности Земли образует линию положения, на которой может быть расположен ИРИ. С течением времени положение конуса меняется и формируется несколько таких линий положения, пересечение которых позволяет определить координаты ИРИ.

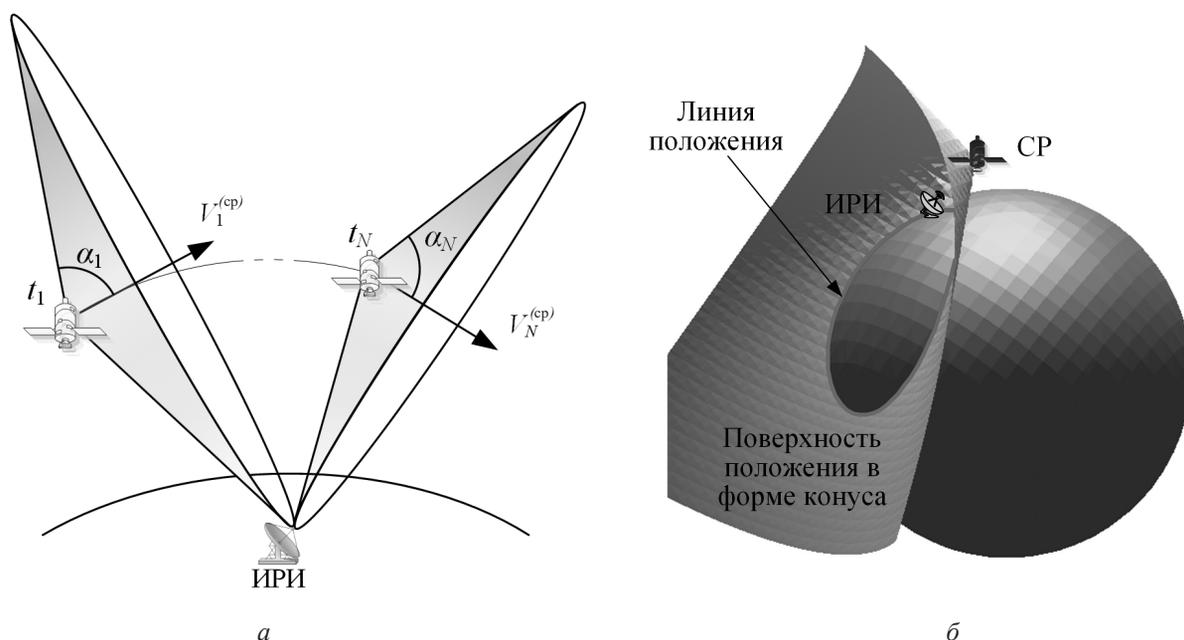


Рис. 2. Геометрическая интерпретация доплеровского метода: а — изменение поверхности положения со временем относительно вектора скорости; б — поверхность и линия положения ИРИ в  $i$ -й момент времени, построенные на основе исходных данных таблицы для СР на НКО

Таким образом, геометрически в основе представленного метода лежит эффект пересечения конусов с поверхностью Земли в точке излучения ретранслированного сигнала, каждый из конусов соответствует множеству точек пространства с равным значением доплеровского смещения частоты в  $i$ -й момент времени.

Представим совокупность оценок частоты принимаемого сигнала в  $i$ -е моменты измерения и оценки квадрата экваториального радиуса Земли в виде вектора вида

$$\tilde{\mathbf{F}}_{\langle N+1 \rangle} = [\tilde{f}_1^{(np)}, \tilde{f}_2^{(np)}, \dots, \tilde{f}_i^{(np)}, \dots, \tilde{f}_N^{(np)}, \tilde{R}_z^2]^T. \quad (8)$$

По причине оценочного характера элементов вектора  $\tilde{\mathbf{F}}_{\langle N+1 \rangle}$ , его можно представить в виде

$$\tilde{\mathbf{F}}_{\langle N+1 \rangle} = F_{\langle N+1 \rangle} + \hat{\boldsymbol{\eta}}_{\langle N+1 \rangle}, \quad (9)$$

где  $F_{\langle N+1 \rangle} = [f_1^{(np)}, f_2^{(np)}, \dots, f_i^{(np)}, \dots, f_N^{(np)}, R_z^2]^T$  — истинные оценки частоты принимаемого сигнала в точке приема и квадрата экваториального радиуса Земли;

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}_{\langle N+1 \rangle} = [\Delta \hat{f}_1^{(ош)}, \Delta \hat{f}_2^{(ош)}, \dots, \Delta \hat{f}_i^{(ош)}, \dots, \Delta \hat{f}_N^{(ош)}, \Delta \hat{R}_z^{(ош)}]^T$$

— вектор ошибок оценивания частоты и экваториального радиуса Земли.

С учетом введенных обозначений система уравнений (6) при  $N > 2$ , известных  $f^{(при)}$  и  $f^{(при)}$  может быть решена итерационно методом Ньютона-Гаусса [3, 8, 9]. В соответствии с данным методом оценка координат ИРИ  $\tilde{S}_1^{(при)} = [\tilde{x}_1^{(при)}, \tilde{y}_1^{(при)}, \tilde{z}_1^{(при)}]^T$  на первой итерации в случае равноточных измерений частоты в каждом из  $N$  измерений будет иметь вид

$$\tilde{S}_1^{(при)} = S_0^{(при)} - (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \times \mathbf{G}^T (\tilde{\mathbf{F}}_{\langle N+1 \rangle} - F_{\langle N+1 \rangle}(S_0^{(при)})), \quad (10)$$

в случае неравноточных измерений частоты (например, вследствие изменения отношения сигнал/шум на интервале наблюдения) получим

$$\tilde{S}_1^{(при)} = S_0^{(при)} - (G^T K_{\eta}^{-1} G)^{-1} \times \mathbf{G}^T \mathbf{K}_{\eta}^{-1} (\tilde{\mathbf{F}}_{\langle N+1 \rangle} - F_{\langle N+1 \rangle}(S_0^{(при)})), \quad (11)$$

где  $S_0^{(при)}$  — нулевое (начальное) приближение оценок координат ИРИ, которое используется на первой итерации и может быть получено на основе априорных сведений о положении ИРИ или грубых аналитических решений системы уравнений;

$$\mathbf{G} = \left[ \frac{dF_{\langle N+1 \rangle}^T}{dS^{(при)}}(S_0^{(при)}) \right]^T = \begin{bmatrix} \frac{df_i^{(np)}}{dx}(S_0^{(при)}) & \frac{df_i^{(np)}}{dy}(S_0^{(при)}) & \frac{df_i^{(np)}}{dz}(S_0^{(при)}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{df_N^{(np)}}{dx}(S_0^{(при)}) & \frac{df_N^{(np)}}{dy}(S_0^{(при)}) & \frac{df_N^{(np)}}{dz}(S_0^{(при)}) \\ \frac{dR_z^2}{dx}(S_0^{(при)}) & \frac{dR_z^2}{dy}(S_0^{(при)}) & \frac{dR_z^2}{dz}(S_0^{(при)}) \end{bmatrix}^T$$

— матрица Якоби размером  $(N+1) \cdot 3$ , элементами которой являются все частные производные первого порядка функции  $F_{\langle N+1 \rangle}(S^{(при)})$  в точке  $S_0^{(при)}$ ;

$\mathbf{K}_{\eta}$  — ковариационная матрица оценок  $\tilde{\mathbf{F}}_{\langle N+1 \rangle}$ , определяемая статистическими параметрами ошибок  $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{\langle N+1 \rangle}$ .

С использованием начального приближения  $S_0^{(при)}$  по формулам (10) или (11) вычисляется первая оценка координат ИРИ  $\tilde{S}_1^{(при)}$ , которая на следующей итерации используется в качестве приближения для вычисления второй оценки  $\tilde{S}_2^{(при)}$  и т.д. Итерации повторяются до тех пор, пока не выполнится условие вида

$$|\tilde{S}_{k+1}^{(при)} - \tilde{S}_k^{(при)}| \leq \xi, \quad (12)$$

где  $\xi$  — заданный вектор допустимых приращений координат;

$k$  — порядковый номер итерации.

Таким образом, точность решения системы уравнений (6) зависит от величин элементов вектора  $\xi$ .

### Определение координат ИРИ доплеровским методом в условиях неизвестной частоты излучения

В реальных условиях контроля ЗС-нарушителей параметры радиосигналов априорно неизвестны. Номинал несущей частоты передатчика

ЗС по результатам наблюдения сигнала движущегося ретранслятора не может быть определен. В этом случае в системе уравнений (6) имеют место четыре неизвестных, а именно: координаты ИРИ  $x, y, z$  и частота излучения  $f^{(\text{при})}$ . Поэтому для успешного решения системы уравнений необходимо иметь минимум три оценки частоты в точке приема. Искомый вектор обозначим как  $\mathbf{L}^{(\text{при})} = [x^{(\text{при})}, y^{(\text{при})}, z^{(\text{при})}, f^{(\text{при})}]^T$ . Тогда по аналогии с (10) и (11) решение системы в ходе первой итерации будет иметь вид

$$\mathbf{G}_f = \left[ \frac{dF_{\langle N+1 \rangle}^T}{dL^{(\text{при})}}(L_0^{(\text{при})}) \right]^T = \begin{bmatrix} \frac{df_i^{(\text{пр})}}{dx}(L_0^{(\text{при})}) & \frac{df_i^{(\text{пр})}}{dy}(L_0^{(\text{при})}) & \frac{df_i^{(\text{пр})}}{dz}(L_0^{(\text{при})}) & \frac{df_i^{(\text{пр})}}{df^{(\text{при})}}(L_0^{(\text{при})}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{df_N^{(\text{пр})}}{dx}(L_0^{(\text{при})}) & \frac{df_N^{(\text{пр})}}{dy}(L_0^{(\text{при})}) & \frac{df_N^{(\text{пр})}}{dz}(L_0^{(\text{при})}) & \frac{df_N^{(\text{пр})}}{df^{(\text{при})}}(L_0^{(\text{при})}) \\ \frac{dR_z^2}{dx}(L_0^{(\text{при})}) & \frac{dR_z^2}{dy}(L_0^{(\text{при})}) & \frac{dR_z^2}{dz}(L_0^{(\text{при})}) & \frac{dR_z^2}{df^{(\text{при})}}(L_0^{(\text{при})}) \end{bmatrix}^T$$

— матрица Якоби размером  $(N+1) \cdot 4$ , элементами которой являются все частные производные первого порядка функции  $F_{\langle N+1 \rangle}(L^{(\text{при})})$  в точке  $L_0^{(\text{при})}$ .

В качестве начального приближения  $L_0^{(\text{при})}$  может быть использовано среднее значение оценок частоты ретранслированного сигнала в точке приема с учетом частоты переноса на СР, а именно:

$$f_0^{(\text{при})} \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{f}_i^{(\text{пр})} - \Delta f^{(\text{при})}. \quad (15)$$

$$\mathbf{G}_f = \left[ \frac{dF_{\langle N+1 \rangle}^T}{dL^{(\text{при})}}(L_0^{(\text{при})}) \right]^T = \begin{bmatrix} \frac{df_i^{(\text{пр})}}{dx}(L_0^{(\text{при})}) & \frac{df_i^{(\text{пр})}}{dy}(L_0^{(\text{при})}) & \frac{df_i^{(\text{пр})}}{dz}(L_0^{(\text{при})}) & \frac{df_i^{(\text{пр})}}{df^{(\text{при})}}(L_0^{(\text{при})}) & \frac{df_i^{(\text{пр})}}{df^{(\text{при})}}(L_0^{(\text{при})}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{df_N^{(\text{пр})}}{dx}(L_0^{(\text{при})}) & \frac{df_N^{(\text{пр})}}{dy}(L_0^{(\text{при})}) & \frac{df_N^{(\text{пр})}}{dz}(L_0^{(\text{при})}) & \frac{df_N^{(\text{пр})}}{df^{(\text{при})}}(L_0^{(\text{при})}) & \frac{df_N^{(\text{пр})}}{df^{(\text{при})}}(L_0^{(\text{при})}) \\ \frac{dR_z^2}{dx}(L_0^{(\text{при})}) & \frac{dR_z^2}{dy}(L_0^{(\text{при})}) & \frac{dR_z^2}{dz}(L_0^{(\text{при})}) & \frac{dR_z^2}{df^{(\text{при})}}(L_0^{(\text{при})}) & \frac{dR_z^2}{df^{(\text{при})}}(L_0^{(\text{при})}) \end{bmatrix}^T.$$

Решение системы осуществляется в соответствии с формулами (13) и (14). В качестве начального приближения частоты переноса  $\Delta f_0^{(\text{при})}$  может быть использована разница между средними частотами диапазонов рабочих частот по линиям «вниз» и «вверх», а именно:

$$\tilde{L}_1^{(\text{при})} = L_0^{(\text{при})} - (\mathbf{G}_f^T \mathbf{G}_f)^{-1} \times \mathbf{G}_f^T (\tilde{\mathbf{F}}_{\langle N+1 \rangle} - F_{\langle N+1 \rangle}(L_0^{(\text{при})})) \quad (13)$$

в случае равноточных измерений и

$$\tilde{L}_1^{(\text{при})} = L_0^{(\text{при})} - (\mathbf{G}_f^T \mathbf{K}_\eta^{-1} \mathbf{G}_f)^{-1} \times \mathbf{G}_f^T \mathbf{K}_\eta^{-1} (\tilde{\mathbf{F}}_{\langle N+1 \rangle} - F_{\langle N+1 \rangle}(L_0^{(\text{при})})) \quad (14)$$

в случае неравноточных измерений частоты, где

Следует отметить, что возможны ситуации, когда нет сведений о частоте переноса  $\Delta f^{(\text{при})}$  сигнала ИРИ на СР. В этом случае вектор  $\mathbf{L}^{(\text{при})}$  можно представить в виде:

$$\mathbf{L}^{(\text{при})} = [x^{(\text{при})}, y^{(\text{при})}, z^{(\text{при})}, f^{(\text{при})}, f^{(\text{при})}]^T. \quad (16)$$

Тогда матрица Якоби примет вид

$$\Delta f_0^{(\text{при})} = (f_{\text{л}}^{(\text{вниз})} + f_{\text{п}}^{(\text{вниз})}) / 2 - (f_{\text{л}}^{(\text{вверх})} + f_{\text{п}}^{(\text{вверх})}) / 2, \quad (17)$$

где  $f_{\text{л}}^{(\text{вниз})}$  и  $f_{\text{п}}^{(\text{вниз})}$  — левая и правая граница диапазона рабочих частот СР по линии «вниз»;

$f_{\text{л}}^{(\text{вверх})}$  и  $f_{\text{п}}^{(\text{вверх})}$  — левая и правая граница диапазона рабочих частот СР по линии «вверх».

Тогда начальное приближение частоты излучения  $f_0^{(\text{при})}$ , по аналогии с (15), может быть определено по формуле:

$$f_0^{(\text{при})} \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{f}_i^{(\text{пр})} - \Delta f_0^{(\text{при})}. \quad (18)$$

Таким образом, величина (18) может быть включена в состав вектора  $\mathbf{L}_0^{(\text{при})}$  начального приближения позиции ИРИ в пространстве при выполнении первой итерации решения системы уравнений (6).

### Результаты имитационного моделирования

Для оценивания работоспособности метода разработана имитационная модель на ЭВМ, реализующая представленный метод в условиях ошибок измерения частоты сигнала в точке приема.

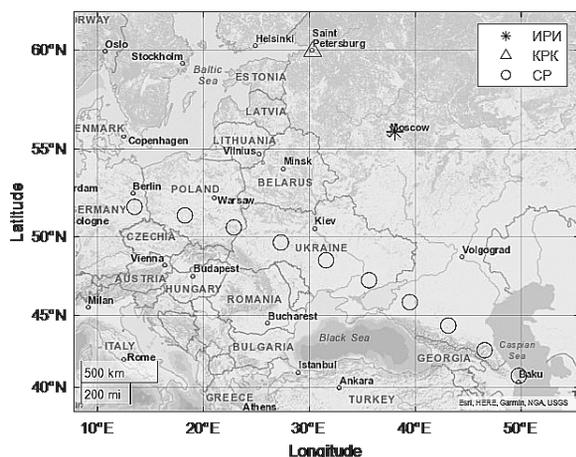
Моделирование проведено для двух вариантов орбит СР: низкая круговая орбита (НКО) и квазигеостационарная орбита (ГСО). Исходные данные для моделирования указанных вариантов представлены в таблице.

Результаты имитационного моделирования представлены на рис. 3 и 4. СКО ошибки оце-

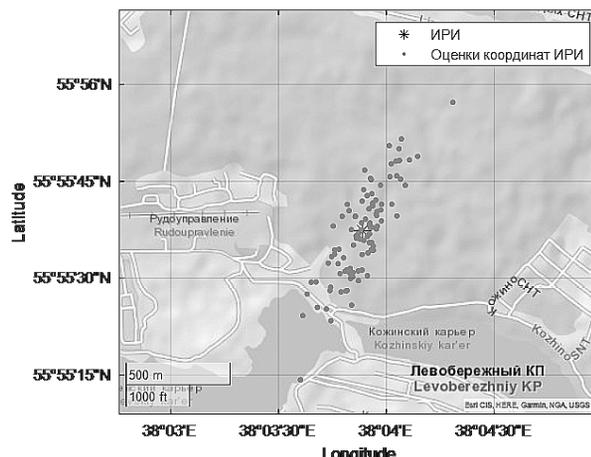
Таблица

Исходные данные для моделирования

Параметры	НКО	ГСО
Закон распределения $\Delta \hat{f}_i^{(\text{ош})}$	нормальный	нормальный
Математическое ожидание ошибки $\Delta \hat{f}_i^{(\text{ош})}$ , Гц	0	0
Среднеквадратическое отклонение (СКО) $\Delta \hat{f}_i^{(\text{ош})}$ , Гц	10	1
Частота излучения ИРИ $f^{(\text{при})}$ , ГГц	1,61	14
Частота переноса СР $\Delta f^{(\text{прн})}$ , ГГц	5,265	2,75
Высота орбиты СР, км	1415	35797
Наклонение орбиты СР, град.	59,9	0,03
Интервал наблюдения $T$ , мин.	10	1440
Интервал дискретизации $T_{\text{д}}$ , мин.	1	5
СКО ошибки оценок координат СР, м	200	200
СКО ошибки оценок координат вектора скорости СР, м/с	100	100



а



б

Рис. 3. Результаты оценивания координат ИРИ по СР на НКО:

а — взаимное расположение ИРИ, НСН и СР; б — множество оценок координат ИРИ

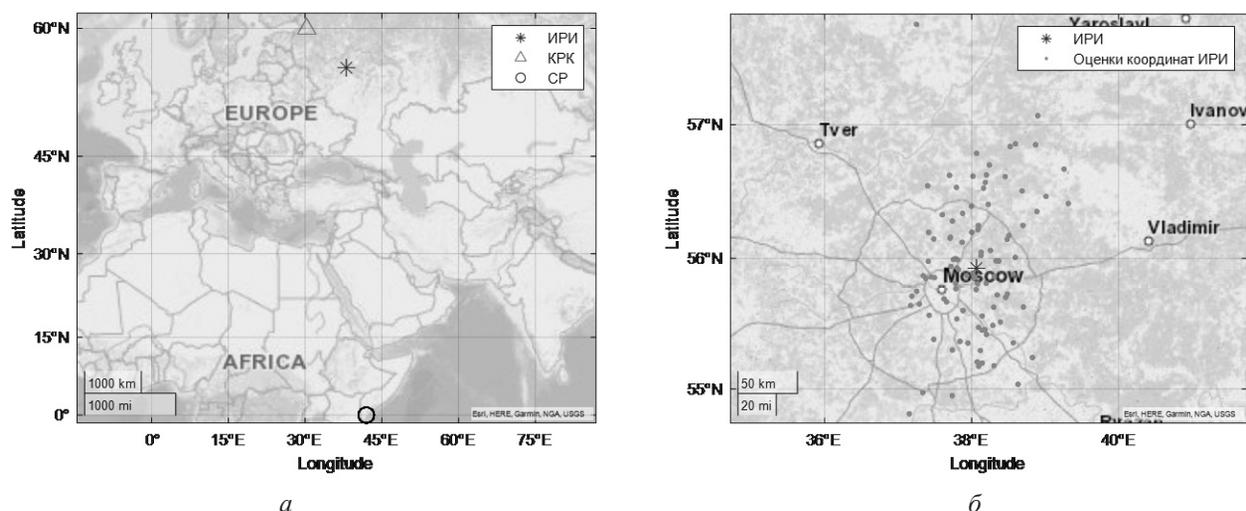


Рис. 4. Результаты оценивания координат ИРИ по СР на ГСО:  
 а — взаимное расположение ИРИ, НСН и СР; б — множество оценок координат ИРИ

нивания координат ИРИ при ретрансляции сигнала через СР на НКО составило 0,8 км, а при ретрансляции сигнала через СР на ГСО — 64 км. Распределение оценок координат ИРИ вокруг его истинного размещения свидетельствует о работоспособности разработанного представленного метода, в том числе в условиях отсутствия данных о частоте излучения сигнала и частоте переноса на СР. Вместе с тем результаты, полученные в ходе имитационного моделирования, свидетельствуют о том, что при ОМП ИРИ по сигналу, ретранслированному СР на ГСО, погрешности оценок координат существенно выше, чем по сигналу, ретранслированному СР на НКО. Это обусловлено тем, что СР на ГСО, как правило, характеризуются высокой стабилизацией орбиты, т.е. за время наблюдения СР проходит несущественное расстояние по сравнению с расстоянием до ИРИ в отличие от СР на НКО.

### Выводы

Методы определения координат ИРИ по ретранслированному сигналу, реализуемые с использованием двух или трех СР, имеют существенные ограничения по применению в силу низкой вероятности наличия одного или двух вспомогательных СР, работающих в том же диапазоне частот, что и основной СР, ретранслирующий сигнал ЗС-нарушителя. Наиболее вероятны ситуации, когда необходима локализация ИРИ по одному СР. Для определения местоположе-

ния ИРИ с позиции наземного стационарного НСН с использованием одного СР предложен доплеровский метод ОМП ИРИ, модифицированный для решения задач поиска несанкционированных пользователей частотного ресурса СР. Разработанный метод позволяет решать задачу ОМП ИРИ в условиях отсутствия априорных данных о значении частоты излучения ИРИ и частоты переноса ретранслируемого сигнала на СР. Геометрически в основе представленного метода лежит пересечение конусов на поверхности Земли, каждый из которых соответствует множеству точек пространства с равным значением доплеровского смещения частоты в определенный момент времени. Представленные результаты имитационного моделирования свидетельствуют о работоспособности разработанного метода, в том числе в условиях отсутствия данных о частоте излучения сигнала и частоте переноса на СР. В ходе вычислительного эксперимента по ОМП ЗС с использованием СР на НКО погрешности оценок координат существенно ниже, чем с использованием СР на ГСО. Полученные численные результаты свидетельствуют о практической значимости предложенного подхода для решения целого ряда прикладных задач по выявлению ЗС, несанкционированно использующих ресурс СР.

Дальнейшие исследования предполагается сосредоточить на вопросах оценивания потенциальной точности ОМП ЗС рассмотренным методом.

Литература

1. Рембовский А.М., Ашихмин А.В., Козьмин В.А. Автоматизированные системы радиоконтроля и их компоненты. Под редакцией А.М. Рембовского. — М.: Горячая линия – Телеком, 2018. 424 с.: ил.

2. Нормы Государственной комиссии по радиочастотам 17–13. Радиопередатчики всех категорий гражданского применения. Требования на допустимые отклонения частоты с изменениями от 07.2015.

3. Семенюк С.С., Абакумов А.Н. Исследование влияния геометрической конфигурации разностно-дальномерной системы на точность определения местоположения абонентских терминалов спутниковых систем связи // Труды Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского. — СПб: ВКА им. А.Ф. Можайского. Вып. 644. 2014. С. 40–50.

4. Агиевич С.Н., Галл Р.Д., Кельян А.Х., Коновалов В.Е., Потапов С.Г. Анализ возможностей использования геостационарных спутников-ретрансляторов для решения задач радиомониторинга // Труды Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского. — СПб: ВКА им. А.Ф. Можайского. Вып. 672. 2020. С. 48–60.

5. Севидов В.В. Варианты реализации разностно-дальномерного метода определения координат земных станций по сигналам спутников-ретрансляторов // Сборник докладов III Международной научно-технической конференции «Радиотехника, электроника и связь». — Омск: Издательский дом «Наука», 2015. С. 303–308.

6. Агиевич С.Н., Ивашина А.В., Севидов В.В., Матюхин А.С., Карузский А.В., Плужник Е.Г. Способ определения местоположения абонентского терминала с помощью спутника-ретранслятора на низкой околоземной орбите // Патент РФ № 2679890. 2019. Бюл. № 5.

7. Дубровин А.В. Оценивание координат излучателя подвижной пассивной системой, использующей эффект Доплера // Журнал «Вестник МАИ». — Москва: Московский авиационный институт, 2005. Т. 12. № 3. С. 93–97.

8. Семенюк С.С., Уткин В.В., Бердинских Л.Н. Геометрический фактор разностно-дальномерной сети датчиков в пространстве // Наукоемкие технологии. 2012. № 8. С. 66–73.

9. Лопатин Е.А., Семенюк С.С. Метод разбиения множества распределенных в пространстве датчиков на разностно-дальномерные группы определения местоположения при оперативном мониторинге радиообстановки // Журнал «Доклады ТУСУР». — Томск: ТГУСУРЭ, 2011. № 2 (24). Ч. 1. С. 2533.

10. Семенюк С.С., Христиничан Е.В., Саниев Р.Р. Обоснование подхода к снижению вариативности геометрического фактора системы определения координат воздушных объектов по технологии MLAT // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2021. № 4. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.4.14>

11. Комаровский Ю.А. Точность доплеровской навигационной системы при малых углах кульминации спутников // Вестник Морского государственного университета. — Владивосток: Морской государственный университет им. адм. Г.И. Невельского. № 65. 2014. С. 27–35.

12. Бакулев П.А., Сосновский А.А. Радионавигационные системы. Учебник для вузов. — М.: Радиотехника, 2005. 224 с.

13. Казаринов Ю.М. и др. Радиотехнические системы: учебник для студ. высш. учеб. заведений / под ред. Ю.М. Казаринова. — М.: Издательский центр «Академия», 2008. 592 с.

14. Кондратьев В.С., Котов А.Ф., Марков Л.Н. Многопозиционные радиотехнические системы / под ред. В.В. Цветнова. — М.: Радио и связь, 1986. 264 с.

15. Shiomi T., Takahashi K. Auto-Correlative Derivation of Doppler and DopplerRate Observables from Satellite — Observed Interference Radio Signals. Journ. of Radio Res. Lab., 1985. V. 32. № 136. P. 89–98.

16. Guier W.H., Weiffenbach G.C. A Satellite Doppler Navigation System. Proc. Lns. Radio Eng. № 48. 1960. P. 507–516.

17. Ellis P. and Dowla F. A Single Satellite Geolocation Solution of an RF Emitter Using a Constrained Unscented Kalman Filter. 2018 IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP), 2018. P. 643–647.

18. Liu, Qingcheng, Samuel Picton Drake and Brian D.O. Anderson. Mapping Target Location from Doppler Data. arXiv: Signal Processing, 2019.

19. Nguyen N.H. and Doğançay K. Algebraic solution for stationary emitter geolocation by a LEO satellite using Doppler frequency measurements.

2016 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2016. P. 3341–3345.

### References

1. Rembovsky A.M., Ashikhmin A.V., Kozmin V.A. Automated radio monitoring systems and their components / Edited by A.M. Rembovsky. — M: Hotline – Telecom, 2018. 424 p: ill.
- 2 Norms of the State Commission on Radio Frequencies 17–13. Radio transmitters of all categories of civilian use. Frequency tolerance requirements with variations dated 07.2015.
3. Semenyuk S.S., Abakumov A.N. Investigation of the influence of the geometric configuration of the differential-rangefinder system on the accuracy of determining the location of subscriber terminals of satellite communication systems // Proceedings of the A.F. Mozhaisky Military Space Academy. — SPb.: VKA named after A.F. Mozhaisky. Issue 644. 2014. P. 40–50.
4. Agievich S.N., Gall R.D., Kelyan A.Kh., Kononov V.E., Potapov S.G. Analysis of the possibilities of using geostationary relay satellites for solving radio monitoring problems // Proceedings of the A.F. Mozhaisky Military Space Academy. — SPb.: VKA named after A.F. Mozhaisky. Issue 672. 2020. P. 48–60.
5. Sevidov V.V. Variants of the implementation of the differential-range-finding method for determining the coordinates of earth stations from the signals of relay satellites. Collection of reports of the III International Scientific and Technical Conference «Radio Engineering, Electronics and Communication». — Omsk: Publishing house «Science», 2015. P. 303–308.
6. Agievich S.N., Ivashina A.V., Sevidov V.V., Matyukhin A.S., Karuzsky A.V., Pluzhnik E.G. A method for determining the location of a subscriber terminal using a relay satellite in low earth orbit. Patent № 2679890. Bul. № 5 dated 02/14/19.
7. Dubrovin A.V. Estimation of the coordinates of the emitter by a moving passive system using the Doppler effect // Vestnik MAI, 2005. V. 12. № 3. P. 93–97.
8. Semenyuk S.S., Utkin V.V., Berdinskikh L.N. The geometric factor of the differential-rangefinder network of sensors in space. Science-intensive technologies. 2012. № 8. P. 66–73.
9. Lopatin E.A., Semenyuk S.S. The method of dividing a set of sensors distributed in space into differential-rangefinder position determination groups during on-line monitoring of the radio situation. TUSUR reports. 2011. № 2 (24). Part 1. P. 2533.
10. Semenyuk S.S., Khristichan E.V., Saniev R.R. Substantiation of an approach to reducing the variability of the geometric factor of the system for determining the coordinates of air objects using MLAT technology. Radio Electronics Journal, 2021. № 4. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2021.4.14>
11. Komarovskiy Yu.A. Accuracy of the Doppler navigation system at small angles of culmination of satellites // Bulletin of the Maritime State University. — Vladivostok: Maritime State University named after Adm. G.I. Nevelsky. № 65. 2014. P. 27–35.
12. Bakulev P.A., Sosnovsky A.A. Radio navigation systems. Textbook for universities. — M.: Radiotekhnika, 2005. 224 p.
13. Kazarinov Y.M and others. Radio engineering systems: a textbook for students. higher. Textbook. Institutions / ed. Yu.M. Kazarinova. — M.: Publishing Center «Academy», 2008. 592 p.
14. Kondrat'ev V.S., Kotov A.F., Markov L.N. / Ed. V.V. Tsvetnova. — M.: Radio and communication, 1986. 264 p.
15. Shiomi T., Takaxashi K. Auto-Correlative Derivation of Doppler and DopplerRate Observables from Satellite — Observed Interference Radio Signals. Journ. of Radio Res. Lab., 1985. V. 32. № 136. P. 89–98.
16. Guier W.H., Weiffenbach G.C. A Satellite Doppler Navigation System. Proc. Lns. Radio Eng. № 48. 1960. P. 507–516.
17. Ellis P. and Dowla F. A Single Satellite Geolocation Solution of an RF Emitter Using a Constrained Unscented Kalman Filter. 2018 IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP), 2018. P. 643–647.
18. Liu, Qingcheng, Samuel Picton Drake and Brian D.O. Anderson. Mapping Target Location from Doppler Data. arXiv: Signal Processing. 2019.
19. Nguyen N.H. and Doğançay K. Algebraic solution for stationary emitter geolocation by a LEO satellite using Doppler frequency measurements. 2016 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2016. P. 3341–3345.