

УДК: 531.395

DOI: 10.53816/23061456_2021_9-10_19

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЗВЕНА ПЕРЕМЕННОЙ ДЛИНЫ
РОБОТА-МАНИПУЛЯТОРА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ**

**MODELING THE MOTION OF A VARIABLE-LENGTH LINK
OF A ROBOTIC ARM USING ELECTRIC DRIVES**

Д-р физ.-мат. наук А.В. Борисов, К.Д. Филиппенков

D.Sc. A.V. Borisov, K.D. Filippenkov

НИУ «МЭИ» (филиал в г. Смоленске)

Звенья переменной длины применяются в различных робототехнических изделиях: роботах-манипуляторах с телескопическими звеньями, антропоморфных роботах, экзоскелетах со звеньями переменной длины, в которых изменяется расстояние между осями вращения в шарнирах, аналогично опорно-двигательному аппарату человека. Модель звена переменной длины состоит из двух абсолютно твердых инерционных участков, расположенных на концах звена и невесомого участка переменной длины, расположенного посередине звена. Одним концом звено при помощи комбинации из двух цилиндрических шарниров соединено с неподвижной опорой. Для управления движением звена в шарнирах установлено два электрических двигателя, передающих вращательный момент с помощью редукторов звену. Третий двигатель управляет изменением длины звена. Составлена система дифференциальных уравнений движения Лагранжа-Максвелла. Подобраны три электрических двигателя. Проведено моделирование движения звена и оценены ошибки позиционирования.

Ключевые слова: телескопический манипулятор, экзоскелет, антропоморфный робот, звено переменной длины, система дифференциальных уравнений Лагранжа-Максвелла, электропривод, редуктор, управление, моделирование, анимация движения.

Links of variable length are used in various robotic products: robotic manipulators with telescopic links, anthropomorphic robots, exoskeletons with links of variable length, in which the distance between the axes of rotation in the hinges changes, similar to the human musculoskeletal system. The variable-length link model consists of two absolutely rigid inertial sections located at the ends of the link and a weightless variable-length section located in the middle of the link. At one end, the link is connected to a fixed support by means of a combination of two cylindrical hinges. To control the movement of the link, two electric motors are installed in the hinges, transmitting the torque by means of gearboxes to the link. The third motor controls the change in the link length. A system of Lagrange-Maxwell differential equations of motion has been compiled. Selected, three electric motors. Modeling of the link movement was carried out and positioning errors were estimated.

Keywords: telescopic manipulator, exoskeleton, anthropomorphic robot, variable length link, system of Lagrange-Maxwell differential equations, electric drive, gearbox, control, simulation, motion animation.

Введение

Одним из современных направлений развития мехатронных устройств является увеличение количества степеней свободы, вследствие увеличивающихся вычислительных возможностей и развития алгоритмов управления. Появляется возможность использовать управляемые звенья переменной длины, которые значительно расширят зоны достижимости для имеющихся роботов-манипуляторов [1–3], ползающих роботов [4–6]. Применительно к экзоскелетам, звенья переменной длины позволяют создать более комфортабельные модели [7–10], в сравнении с имеющимися. Модели звеньев переменной длины важны при моделировании опорно-двигательного аппарата человека и создании антропоморфных роботов. Перечисленные факторы свидетельствуют об актуальности темы исследования и позволят создать мехатронные механизмы с большими возможностями, чем у имеющихся в настоящее время моделей, что обеспечивает новизну данного исследования.

Предложенная модель звена переменной длины отличается от ранее созданных [7–10] тем, что имеются два массивных, абсолютно твердых участка, а между ними расположен невесомый участок переменной длины. Предложена пространственная модель звена переменной длины, для нее выбраны из стандартных изделий электроприводы, редуктора и винтовая передача, осуществляющие управляемое движение звена. Все это позволяет использовать эту модель при дальнейшей практической реализации мехатронных робототехнических изделий в различных областях техники.

Звенья переменной длины для промышленных роботов-манипуляторов [1] и антропоморфных роботов начали разрабатываться давно. Однако и в настоящее время данная проблема является актуальной и ведутся разработки робототехнических устройств со звеньями переменной длины различных конструкций [7–10]. Однако в них отсутствуют активные приводы, управляющие изменением длины звена. Исходя из этого, предложенная модель восполняет имеющиеся пробелы и может быть широко использована при создании реально работающих робототехнических управляемых устройств, например, активного экзоскелета для человека.

В настоящей работе для звена переменной длины задана траектория движения, и решена задача определения управляющих моментов и продольных сил с использованием системы дифференциальных уравнений Лагранжа второго рода. Затем, исходя из знания необходимого управления, подобраны из имеющихся в продаже электродвигатели с редукторами и винтовой передачей, и проведено решение задачи Коши для составленной системы Лагранжа-Максвелла с полученным ранее управлением. На основании полученного решения задачи Коши, синтезирована траектория движения звена, и проведено сравнение с исходной траекторией, оценена погрешность полученного результата.

Электромеханическая модель движения звена переменной длины

Рассматриваемая в трехмерном пространстве механическая система состоит из звена переменной длины с одной закрепленной точкой (рис. 1). Введем неподвижную систему координат $OXYZ$, в которой происходит движение механизма. Звено AB переменной длины состоит из двух весомых частей не изменяющих свою длину и одной невесомой части между ними переменной длины. Трением в шарнире и на участке переменной длины будем пренебрегать.

Система имеет два весомых, абсолютно жестких стержня: AC и DB . Длины участков звена постоянной длины $AC = l_{11}$, $DB = l_{12}$, двойная нумерация индексов связана с перспективами построения многозвенной модели экзоскелета:

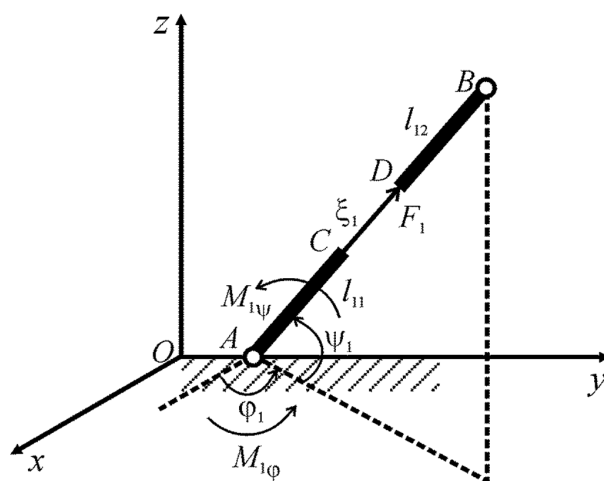


Рис. 1. Звено переменной длины

первый индекс соответствует номеру звена, второй — номеру весомого участка на звене. Переменность длины звена реализуется за счет относительного движения вдоль направления звена AB участка DB . Участок переменной длины CD считается невесомым. Считаем, что на нем имеется сила F_1 , которая обеспечивает необходимое управляемое изменение длины звена. Устройством, позволяющим изменять длину звена, является электрический двигатель с винтовой передачей.

Комбинация двух цилиндрических шарниров с электродвигателями, расположенных в точке A , жестко соединенных с опорной поверхностью, позволяет реализовывать движение вдоль двух угловых обобщенных координат φ_1 и ψ_1 . Под действием силы тяжести и управляющего воздействия электродвигателя с винтовой передачей происходит движение участка DB относительно участка AC , вдоль направления AB , тем самым обеспечивается изменение длины звена на участке CD .

Положение весомого участка звена зависит от трех параметров и однозначно определяется углами $\varphi_1(t)$, $\psi_1(t)$ и переменной длиной участка стержня $\xi_1(t)$. Рассматриваемая система имеет три степени свободы. Обозначим через $M_{1\varphi}$ и $M_{1\psi}$ управляющие моменты, развиваемые электроприводами в шарнире A . Продольная сила F_1 является третьим управляющим параметром в рассматриваемой системе.

Масса стержня AC равна m_{11} , момент инерции относительно оси, проходящей через его конец, I_{11} ; для стержня DB масса равна m_{12} , момент инерции относительно оси, проходящей через его конец, I_{12} .

Кинетическая энергия звеньев складывается из энергий весомых участков звена: стержней AC и DB . При этом стержень DB совершает сложное движение: вращательное вокруг полюса, находящегося в точке A прикрепления к опоре, и поступательное вдоль направления звена.

$$T = T_{AC} + T_{DB},$$

$$T_{AC} = I_{11} (\dot{\varphi}_1^2 \cos^2 \psi_1 + \dot{\psi}_1^2) / 2,$$

$$T_{DB} =$$

$$= [(\dot{\xi}_1^2) m_{12} + \{m_{12} (l_{11}^2 + l_{11} l_{12} + 2\xi_1 l_{11} + \xi_1 l_{12} + \xi_1^2) +$$

$$+ I_{12}\} (\dot{\varphi}_1^2 \cos^2 \psi_1 + \dot{\psi}_1^2)] / 2.$$

Система дифференциальных уравнений движения, рассматриваемого механизма, составленная с применением уравнений Лагранжа второго рода, имеют вид

$$(I_{11} + I_{12} + m_{11} l_{11}^2 n_{11}^2 + m_{12} ((2l_{11} + l_{12}) \xi_1 + (l_{11} + l_{12}) l_{11} + \xi_1^2)) (\dot{\varphi}_1 \cos^2 \psi_1 - 2\dot{\varphi}_1 \dot{\psi}_1 \cos \psi_1 \sin \psi_1) + m_{12} \cos^2 \psi_1 (2l_{11} + l_{12} + 2\xi_1) \dot{\xi}_1 \dot{\varphi}_1 = M_{1\varphi}, \quad (1)$$

$$(I_{11} + I_{12} + m_{11} l_{11}^2 n_{11}^2 + m_{12} ((2l_{11} + l_{12}) \xi_1 + (l_{11} + l_{12}) l_{11} + \xi_1^2)) \ddot{\psi}_1 + \cos \psi_1 \sin \psi_1 (I_{11} + I_{12} + m_{11} l_{11}^2 n_{11}^2 + m_{12} ((2l_{11} + l_{12}) \xi_1 + (l_{11} + l_{12}) l_{11} + \xi_1^2)) \dot{\varphi}_1^2 + g(m_{11} l_{11} n_{11} + m_{12} (l_{11} + l_{12} n_{12} + \xi_1)) \cos \psi_1 + m_{12} (2l_{11} + l_{12} + 2\xi_1) \dot{\xi}_1 \dot{\psi}_1 = M_{1\psi}, \quad (2)$$

$$-m_{12} (2l_{11} + l_{12} + 2\xi_1) (\dot{\varphi}_1^2 \cos^2 \psi_1 + \dot{\psi}_1^2) / 2 + g m_{12} \sin \psi_1 + m_{12} \cdot \ddot{\xi}_1 = F_1. \quad (3)$$

Таким образом, составлена система дифференциальных уравнений движения (1)–(3), описывающая модель звена переменной длины на плоскости.

Запишем уравнения электрической подсистемы в виде уравнений Лагранжа-Максвелла. Необходимо найти кинетическую энергию магнитного поля, в уравнениях учесть обратную ЭДС двигателя и учесть активные потери в двигателе. В качестве обобщенной координаты примем заряд якоря. В результате необходимо получить закон изменения напряжения, которое необходимо приложить к двигателю, чтобы обеспечить движение механизма по заданной траектории. Запишем уравнения электрической подсистемы:

$$\begin{cases} L_{\varphi} \ddot{q}_{\varphi} + \dot{q}_{\varphi} R_{\varphi} + k\Phi_{\varphi} \dot{\varphi} i_{\varphi} = u_{\varphi}; \\ L_{\psi} \ddot{q}_{\psi} + \dot{q}_{\psi} R_{\psi} + k\Phi_{\psi} \dot{\psi} i_{\psi} = u_{\psi}; \\ L_{\xi} \ddot{q}_{\xi} + \dot{q}_{\xi} R_{\xi} + k\Phi_{\xi} \dot{\xi} i_{\xi} 2\pi / R_{\text{дш}} = u_{\xi}, \end{cases}$$

где L_{φ} , L_{ψ} , L_{ξ} — индуктивности обмоток двигателя постоянного тока (ДПТ), Гн; R_{φ} , R_{ψ} , R_{ξ} — активные сопротивления обмоток ДПТ, Ом; $k\Phi_{\varphi}$, $k\Phi_{\psi}$, $k\Phi_{\xi}$ — моментные постоянные ДПТ, В·с; i_{φ} , i_{ψ} , i_{ξ} — передаточные числа редукторов; $R_{\text{дш}}$ — делительный радиус шестерни реечной передачи, м.

Модель управления звеном переменной длины при помощи заданных кинематически характеристик движения

Создание анимации движения реализовано в среде Matlab. Вначале построим модели формирователей траекторий, зададим скорости и ускорения механизма. Все задатчики имеют одинаковую структуру, приведем модель для синтеза траектории координаты φ (рис. 2).

С помощью задатчика зададим траекторию движения звена, затем проведем анимационную визуализацию его перемещения в программе для создания анимации движения. Длины участков звена примем $l_{11} = l_{12} = 0,5$ м, максимальное выдвижение по координате ξ примем $0,2$ м, значения координат, в начальном положении механизма, примем равным нулю. Положение механизма в конце движения, характеризуется следующими значениями координат: $\varphi = 90^\circ$, $\psi = 45^\circ$, $\xi = 0,2$ м. Все задатчики положения являются оптимальными по быстродействию, имеют трапецеидальную тахограмму. Задающие устройства формируют сигналы пропорциональные задающему углу, скорости, ускорению, с учетом ограничения максимальных значений скоростей и ускорений. Сигнал на торможение подается в момент, когда пройденное перемещение, плюс путь, затрачива-

емый на торможение, сравнивается с желаемой конечной координатой. Так как итоговая анимация содержит 235 кадров, в статье приведем лишь несколько из них (рис. 3).

В результате работы программы, задающей для каждой координаты функции, определяющие траекторию движения предложенной механической системы, создана анимация движения, позволяющая наглядно оценить перемещение модели звена переменной длины в трехмерном пространстве.

Модель динамики управляемого звена переменной длины

Определим управляющие моменты и силы для реализации заданного перемещения. Создадим подсистему Matlab Fcn, содержащую систему дифференциальных уравнений движения Лагранжа второго рода (1)–(3), для решения обратной задачи динамики механизма. Входными данными являются траектории, скорости, ускорения, заданные с помощью задатчиков в предыдущем пункте, выходными — полные моменты и силы механизма, и управляющие моменты и силы.

Были построены нагрузочные диаграммы для каждой обобщенной координаты. Исполь-

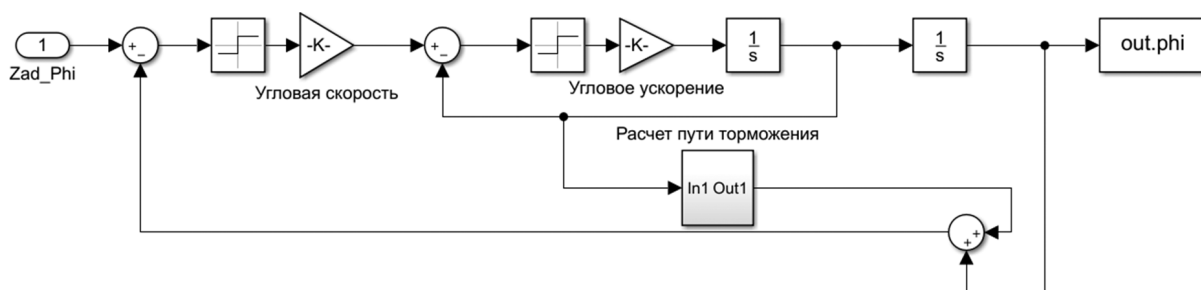


Рис. 2. Блок-схема задатчика для синтеза траектории координаты φ

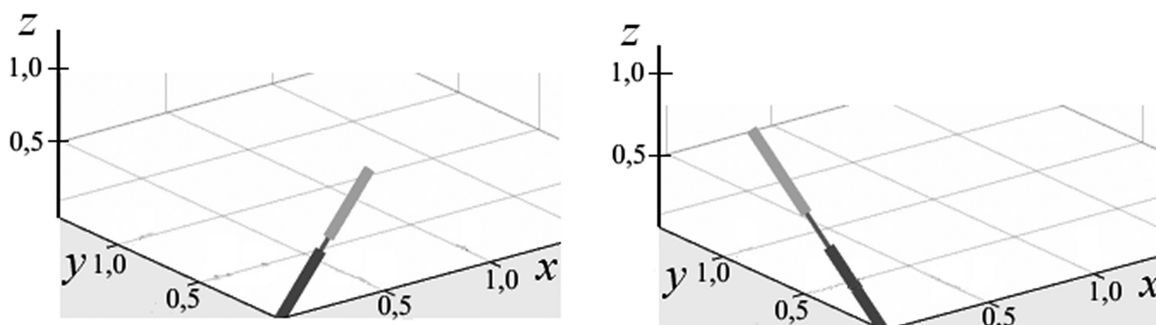


Рис. 3. Кадры анимации движения звена переменной длины в пространстве

зую заданные кинематические характеристики движения, в итоге решения системы уравнений (1)–(3) были получены зависимости управляющих моментов и продольной силы во время движения звена. Далее были проведены оценки максимальных и среднеквадратичных моментов для выбора приводных двигателей. Построенная в Matlab модель является универсальной, т.к. для расчета механизмов с более сложной конструкцией не нужно менять структуру модели, а лишь изменить уравнения движения.

Составляющая управляющего момента φ , направленная на преодоление сил тяжести отсутствует, т.к. вращение проходит вокруг оси z , привод для координаты будет выбран малой мощности. Для координаты ψ наблюдаются самые большие моменты нагрузки. Форма нагрузочной диаграммы нелинейная, что будет сильно влиять на качество управления приводом. Для поступательной координаты ξ управляющая сила увеличивается по мере увеличения длины механизма. Динамические составляющие имеют малые значения.

Таким образом, в результате определены управляющие моменты и силы, позволяющие реализовать заданное перемещение, при условии минимизации времени движения и энергетических затрат.

Осуществим выбор электрических приводов для модели звена переменной длины. Исходя из полученных результатов, рассчитаем эквивалентные моменты и силы: $M_{\text{экв.}\varphi} = 0,342 \text{ Н}\cdot\text{м}$, $M_{\text{экв.}\psi} = 5,20 \text{ Н}\cdot\text{м}$, $F_{\text{экв.}\xi} = 2,62 \text{ Н}$.

Последовательное перемещение будет осуществляться через винтовую передачу. Выбор передачи осуществляем по силе, скорости и необходимой длине винта: передаточное отношение 1, максимальная линейная скорость 375 мм/с, максимальное линейное усилие 21 Н, КПД передачи 93 %, длина винта 200 мм, шаг 5 мм/об, вес передачи 52 г. Рассчитаем необходимый момент двигателя $M_{\text{дв.}\xi} = F_{\text{экв.}\xi} \cdot p / (2 \cdot \pi \cdot \eta) = 2,24 \text{ мН}\cdot\text{м}$ и необходимую скорость двигателя $n_{\text{дв}} = V \cdot 60 / p = 1200 \text{ об/мин}$. Приводной двигатель выбираем по моменту, скорости и совместимости с винтовой передачей, между передачей и двигателем редуктора нет. В результате был выбран двигатель постоянного тока серии RE16.

Для реализации вращательного движения звена предложена конструкция электродвига-

телей с редукторами. Опишем электропривод для координаты φ . Выберем редуктор по эквивалентному моменту, максимальному моменту и выберем оптимальное передаточное число. Был выбран планетарный редуктор серии GPX16, имеющий следующие характеристики: передаточное число 679, число ступеней 4, максимальный длительный момент 0,6 Н·м, кратковременно допустимый момент 0,75 Н·м, КПД 65 %, вес редуктора 31 г. Рассчитаем необходимый момент двигателя: $n_{\text{дв}} = i \cdot n_{\text{max}} = 5093 \text{ об/мин}$, $M_{\text{дв}} = M_{\text{экв.}\varphi} / (i \cdot \eta_p) = 0,775 \text{ мН}\cdot\text{м}$, $M_{\text{max.дв}} = M_{\text{max.}\varphi} / (i \cdot \eta_p) = 1,36 \text{ мН}\cdot\text{м}$. На основании расчетов требуемых параметров, был выбран двигатель постоянного тока серии DCX14L.

Опишем электропривод для координаты ψ , по которой возникают наибольшие нагрузки, связанные с компенсацией веса звена в поле тяжести. Выберем редуктор по эквивалентному моменту, максимальному моменту и выберем оптимальное передаточное число. Был выбран планетарный редуктор серии GPX32, имеющий следующие характеристики: передаточное число 231, число ступеней 3, максимальный длительный момент 6,6 Н·м, кратковременно допустимый момент 8,0 Н·м, КПД 75 %, вес редуктора 230 г. Рассчитаем необходимый момент двигателя: $n_{\text{дв}} = i \cdot n_{\text{max}} = 866 \text{ об/мин}$, $M_{\text{дв}} = M_{\text{экв.}\psi} / (i \cdot \eta_p) = 30,01 \text{ мН}\cdot\text{м}$, $M_{\text{max.дв}} = M_{\text{max.}\psi} / (i \cdot \eta_p) = 32,74 \text{ мН}\cdot\text{м}$. В результате расчетов необходимых параметров, был выбран двигатель постоянного тока серии DCX26L.

Таким образом, выбраны из имеющихся в продаже в настоящее время и подходящие по характеристикам три электрических двигателя. Для двух двигателей, которые определяют вращательное движение звена, подобраны редукторы, а для двигателя, реализующего изменение длины звена, выбрана винтовая передача без редуктора.

Следующим этапом являлась разработка замкнутых систем управления для двигателей постоянного тока. Для всех двигателей системы управления по структуре одинаковые. Разработанные одноконтурные системы управления обладают астатизмом первого порядка по возмущению и астатизмом второго порядка по управлению. Ток в двигателе регулируется «отсечкой». Данная модель также учитывает изменение момента инерции механизма. Приведем траектории движения для всех координат (рис. 4–6).

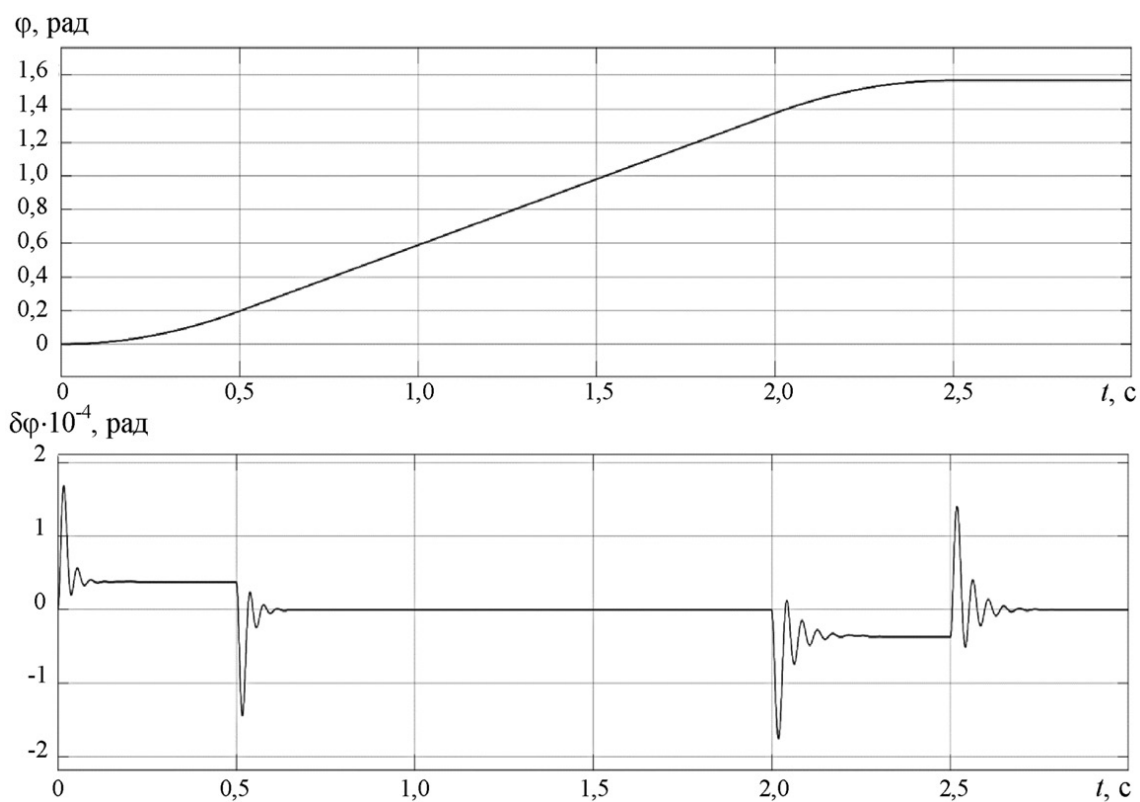


Рис. 4. Траектория координаты φ и ошибка позиционирования $\delta\varphi$

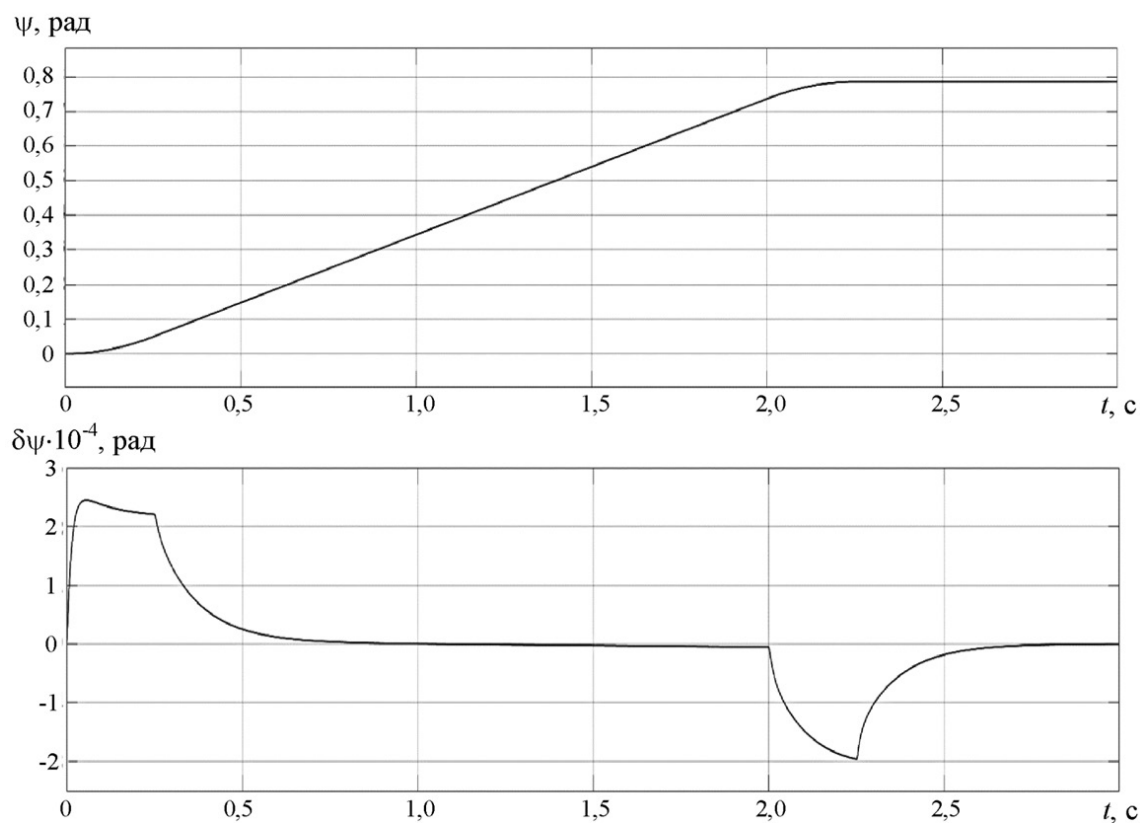


Рис. 5. Траектория координаты ψ и ошибка позиционирования $\delta\psi$

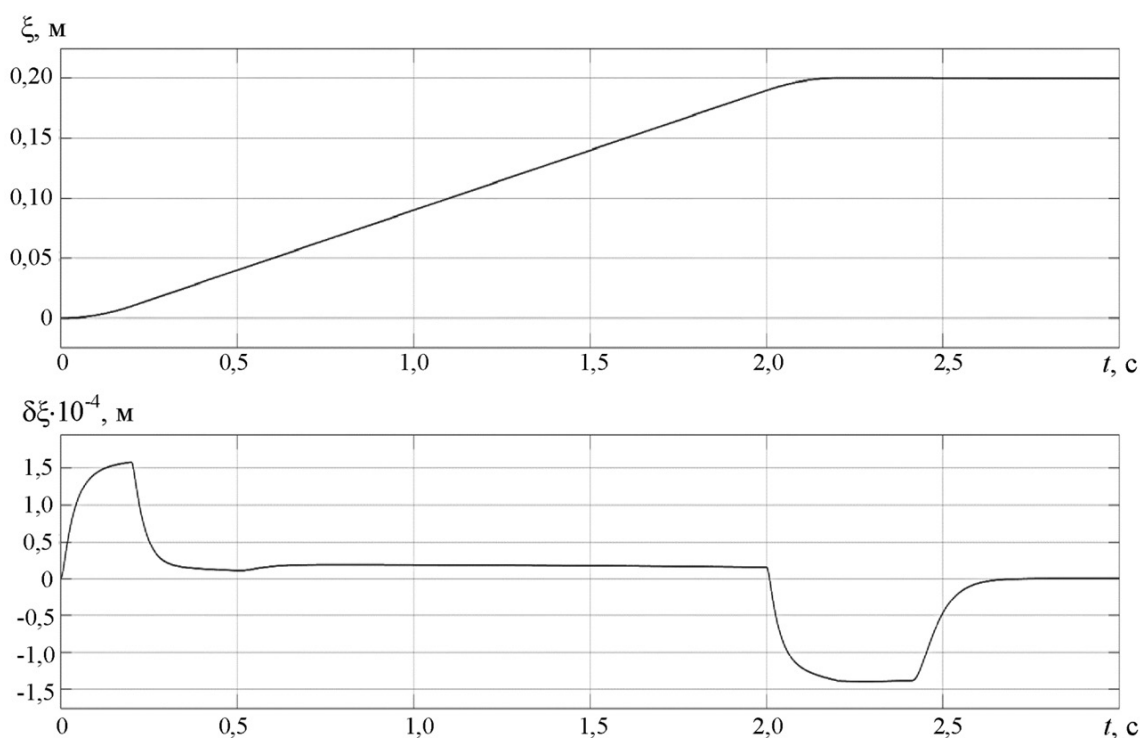


Рис. 6. Траектория координаты ξ и ошибка позиционирования $\delta\xi$

Системы разрабатывались в двухконтурной системе с ПИД-регулятором. Внешний контур основной — по положению, внутренний контур с отсечкой — по току для устранения больших выбросов токов двигателей. По графикам видно, что ошибка позиционирования относительно мала и лишь на участках ускорения увеличивается. Следовательно, системы можно использовать при разработке роботов-манипуляторов и антропоморфных систем.

Заключение

Рассмотрена управляемая робототехническая система в виде звена переменной длины. В качестве источника движения используются электродвигатели с редукторами или винтовой передачей. Предложена математическая модель системы представленная в виде дифференциальных уравнений движения Лагранжа-Максвелла. Осуществлена ее реализация в среде MatLab-Simulink. Написан необходимый код программ. Реализован способ управления движением звена переменной длины, обеспечивающий его перемещение в заданную точку пространства на основе задания кинематики движения. Проведено численное моделирование движения звена переменной длины с использова-

нием такого способа. Установлено, что ошибки позиционирования малы. Данная модель может быть использована для непосредственной реализации в конкретных робототехнических системах: промышленных роботах манипуляторах, антропоморфных роботах, активных экзоскелетах — везде, где важен учет изменения длины звена для выполнения заданной полезной работы.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Смоленской области в рамках научного проекта № 19-48-670002.

Литература

1. Воробьев Е.И., Попов С.А., Шевелева Г.И. Механика промышленных роботов. В 3 кн. / Под ред. К.В. Фролова, Е.И. Воробьева. — М.: Высшая школа. 1988. 304 с.: ил.
2. Kumani D.S., Chaudhary H. Hexahedron Point Mass Model and Teaching Learning Based Optimization for Balancing of Industrial Manipulators // 2nd Int. and 17th National Conf. on Machines and Mechanisms (iNaCoMM 2015). — Kanpur: 2015. P. 28–36.
3. Карташев В.А., Карташев В.В., Кириленко А.А. Имитационное моделирование динамики сборочного механизма // Мехатроника, автома-

тизация, управление. Т. 22. № 1. 2021. С. 35–41. <https://doi.org/10.17587/mau.22.35-41>

4. Черноусько Ф.Л., Болотник Н.Н. Локомоция многозвенных систем на плоскости: динамика, управление, оптимизация. — М.: Издательство ИПМех РАН (Препринт № 1128). 2016. 154 с.

5. Борисов А.В., Розенблат Г.М. Одномерное движение линейного механизма в виде робота-гусеницы, перемещающегося за счет изменения длины тела и сил трения вдоль прямой // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник трудов в 4 томах. Т. 1: Общая и прикладная механика. — Уфа: РИЦ БашГУ. 2019. С. 536–538.

6. Ворочаева Л.Ю., Савин С.И., Яцун А.С. Исследование работы системы корректировки длины корпуса в процессе изменения конфигурации трехзвенного ползающего робота. Мехатроника, автоматизация, управление. Т. 21. № 4. 2020. С. 232–241. <https://doi.org/10.17587/mau.21.232-241>

7. Борисов А.В. Автоматизация разработки трехмерных моделей экзоскелетов со звеньями переменной длины // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16. № 12. С. 828–835.

8. Borisov A.V., Rozenblat G.M. Matrix method of constructing the differential equations of motion of an exoskeleton and its control // Journal of Applied Mathematics and Mechanics 81 (2017). P. 351–359.

9. Borisov A.V., Rozenblat G.M. Modeling the dynamics of an exoskeleton with control torques in the joints and a variable length of the links using the recurrent method for constructing differential equations of motion // ISSN 1064-2307, Journal of Computer and Systems Sciences International. Vol. 57. № 2. P. 319–347.

10. Borisov A.V. Two-Dimensional and Three-Dimensional models of anthropomorphic robot and exoskeleton with links of variable length // Proceedings of 24th International Conference «MECHANIKA 2019». 17 May 2019 Kaunas University of Technology. — Lithuania. P. 26–39.

References

1. Vorobiev E.I., Popov S.A., Sheveleva G.I. Industrial robot mechanics. In 3 kn. / Under. ed. K.V. Frolova, E.I. Vorobyov. — М.: Higher. shk. 1988. (in Russian).

2. Kumani D.S. Chaudhary H. Hexahedron Point Mass Model and Teaching Learning Based Optimization for Balancing of Industrial Manipulators // 2nd Int. and 17th National Conf. on Machines and Mechanisms (iNaCoMM 2015). — Kanpur: 2015. P. 28–36.

3. Kartashev V.A., Kartashev V.V., Kirilenko A.A. Numerical Imitation Simulation of Assembly Mechanism Dynamics. Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie. Vol. 22. № 1. 2021. P. 35–41. (In Russ.). <https://doi.org/10.17587/mau.22.35-41>

4. Chernousko F.L., Bolotnik N.N. Locomotion of multilink systems on the plane: dynamics, control, optimization. — М.: Publishing house IPMeh RAS (Preprint № 1128). 2016. 154 p.

5. Borisov A.V., Rosenblat G.M. One-dimensional motion of a linear mechanism in the form of a robot-caterpillar moving due to changes in body length and friction forces along a straight line // XII All-Russian Congress on Fundamental Problems of Theoretical and Applied Mechanics: a collection of works in 4 volumes. Vol. 1: General and Applied Mechanics. — Ufa: RITs BashSU. 2019. P. 536–538.

6. Vorochaeva L.Yu., Savin S.I., Yatsun A.S. Study of the Work of the Length Correction System for a Crawling Robot Changing its Configuration. Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie. Vol. 21. № 4. 2020. P. 232–241. (In Russ.). <https://doi.org/10.17587/mau.21.232-241>

7. Borisov A.V. Automation of the development of three-dimensional models of exoskeletons with variable length links. Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie. Vol. 16. № 12. 2015. P. 828–835.

8. Borisov A.V., Rozenblat G.M. Matrix method of constructing the differential equations of motion of an exoskeleton and its control // Journal of Applied Mathematics and Mechanics 81 (2017). P. 351–359.

9. Borisov A.V., Rozenblat G.M. Modeling the dynamics of an exoskeleton with control torques in the joints and a variable length of the links using the recurrent method for constructing differential equations of motion // ISSN 1064-2307, Journal of Computer and Systems Sciences International. Vol. 57. № 2. P. 319–347.

10. Borisov A.V. Two-Dimensional and Three-Dimensional models of anthropomorphic robot and exoskeleton with links of variable length // Proceedings of 24th International Conference «MECHANIKA 2019». 17 May 2019 Kaunas University of Technology. — Lithuania. P. 26–39.